Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS MSE

# Mathématiques, groupement B des BTS

**Session 2018** • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

## Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement


**1. Départ d'un train à propulsion électromagnétique et calcul d'une aire** (13 questions) **Page 3**

**2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse** (13 questions) **Page 6**

**3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) **Page 10**


**Sujet officiel (PDF) :** https://btsmse.fr/assets/annales/bts-mse/E2 - Mathématiques/2018/BTS MSE - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

# 1. Départ d’un train à propulsion électromagnétique et calcul d’une aire

L’exercice étudie le départ d’un wagon de train à très haute vitesse à partir d’une fonction modélisant la distance parcourue, afin de vérifier l’objectif de vitesse fixé par les ingénieurs. Il porte aussi sur le calcul de l’aire d’une pièce destinée à l’aménagement des gares, délimitée par une droite et une courbe, avec une symétrie par rapport à l’axe des ordonnées.

## A. Résolution d’une équation différentielle

**Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[ l’équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0.**

L’équation est de la forme $y' + ay = 0$, avec $a = -0{,}2$. La formule donnée donne $y(t) = ke^{-at}$. Ainsi, l’exposant vaut $0{,}2t$, et la constante $k$ est réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0{,}2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

**Question 2°. Vérifier que la fonction g, définie sur [0, 3] par g(t) = -15t - 75, est une solution de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.**

On a $g'(t) = -15$. En substituant dans le membre de gauche :

$g'(t) - 0{,}2g(t) = -15 - 0{,}2(-15t - 75) = 3t.$

On retrouve le second membre de l’équation : $g$ est bien une solution.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g'(t) - 0{,}2g(t) = 3t$, donc $g$ est une solution.

**Question 3°. Déduire de la question précédente l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.**

Les solutions de l’équation complète s’obtiennent en ajoutant à la solution particulière $g(t) = -15t - 75$ une solution de l’équation homogène, soit $ke^{0{,}2t}$. La constante $k$ est réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0{,}2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

**Question 4°. Sachant qu’au temps t = 0 le wagon est au point de départ, déterminer la fonction f solution de l’équation différentielle qui vérifie la condition initiale f(0) = 0.**

1. La solution générale est $y(t) = ke^{0{,}2t} - 15t - 75$.
2. La condition initiale donne $f(0) = k - 75 = 0$, donc $k = 75$.
3. On remplace cette constante dans la solution générale.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75(e^{0{,}2t} - 1) - 15t$.

## B. Étude de fonction et application

**Question 1° a). À partir des expressions admises de f et de sa dérivée fournies par le logiciel, résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.**

Le logiciel donne $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$. Comme $e^u \geq 1$ pour $u \geq 0$, et que $0{,}2t \geq 0$ sur $[0, 3]$, la dérivée est positive ou nulle sur tout l'intervalle, avec égalité en $t = 0$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$.

**Question 1° b). Déduire de l'étude du signe de f' les variations de la fonction f sur l'intervalle [0, 3].**

| $t$ | **0** | $]0, 3]$ |
|---|---|---|
| **Signe de $f'(t)$** | 0 | + |
| **Valeur de $f(t)$** | 0 | $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16{,}659$ |

La fonction est croissante sur $[0, 3]$, de $f(0) = 0$ à $f(3) \approx 16{,}659$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f$ est croissante de $0$ à environ $16{,}659$ sur $[0, 3]$.

**Question 2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième de kilomètre.**

La distance au bout d'une minute vaut $f(1)$. En utilisant l'expression de $f$, on calcule $75(e^{0,2} - 1) - 15$, puis on arrondit au dixième de kilomètre.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(1) \approx 1{,}6$ km.

**Question 3° a). La vitesse du wagon à l'instant t, en kilomètres par minute, correspond à f'(t). Déterminer cette vitesse à t = 2 minutes et arrondir au dixième.**

La vitesse est $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$ en km/min. À $t = 2$, elle vaut $15(e^{0,4} - 1) \approx 7{,}377$ km/min. L'arrondi au dixième donne $7{,}4$ km/min.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(2) \approx 7{,}4$ km/min.

**Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse en comparant la vitesse obtenue à l'objectif de 400 km/h atteint en moins de deux minutes.**

À deux minutes, la vitesse vaut $60f'(2) \approx 442{,}6$ km/h. La vitesse augmente continûment depuis $0$ km/h ; elle atteint donc $400$ km/h avant deux minutes. L'objectif est satisfait.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui : le wagon dépasse $400$ km/h avant deux minutes.

---

**Question 4°. Choisir, parmi les trois expressions proposées, une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Aucune justification n'est demandée.**

Parmi les trois propositions, l'équation de la tangente en abscisse $2$ est celle dont le coefficient directeur est $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$ et dont l'ordonnée à l'origine vaut $45e^{0,4} - 75$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

---

### C. Calcul intégral

**Question 1°. À partir du schéma, choisir parmi les trois valeurs proposées l'aire A1 du rectangle OPQR, en unités d'aire.**

Sur le schéma, le rectangle $OPQR$ a pour largeur $3$ et pour hauteur $2{,}25$. Son aire est donc $3 \times 2{,}25$. Cette valeur correspond à la troisième proposition.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_1 = 6{,}75$ u. a.

---

**Question 2°. À l'aide de la primitive fournie, calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe de g(x) = 27x/(2x² + 18), l'axe des abscisses et les droites x = 0 et x = 3.**

La fonction $g$ est positive sur $[0, 3]$, donc $A_2 = \int_0^3 g(x)\,dx$. Avec la primitive fournie $G(x) = \frac{27}{4}\ln(x^2 + 9)$ :

$A_2 = G(3) - G(0) = \frac{27}{4}(\ln 18 - \ln 9) = \frac{27}{4}\ln 2$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4{,}679$ u. a.

---

**Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire A hachurée sur le schéma et arrondir le résultat au millième.**

Par symétrie, l'aire totale est deux fois l'aire de la partie droite. Cette partie est le rectangle $A_1$ auquel on retire l'aire sous la courbe $A_2$ :

$A = 2(A_1 - A_2) = 2\left(6{,}75 - \frac{27}{4}\ln 2\right)$.

On arrondit au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A \approx 4{,}143$ u. a.

## 2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse

L'exercice étudie les obsolescences technique et logicielle de smartphones, leurs probabilités conjointes et conditionnelles, puis le nombre de téléphones non réparables dans un lot de modèle A. Il se termine par un test bilatéral destiné à vérifier une affirmation sur la marque B.

### A. Probabilités conditionnelles

**Question 1°. À partir des données de l'énoncé sur les 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant obsolescence technique et obsolescence logicielle, y compris les totaux.**

Sur 200 smartphones, 3 % sont touchés techniquement, soit 6, et 8 % sont touchés par logiciel, soit 16. Parmi ces 16, 12,5 % sont aussi touchés techniquement : cela donne 2 appareils. Les autres effectifs se déduisent des totaux.

| Smartphones | Touchés par l'obsolescence logicielle | Non touchés par l'obsolescence logicielle | Total |
|---|---|---|---|
| **Touchés par l'obsolescence technique** | 2 | 4 | 6 |
| **Non touchés par l'obsolescence technique** | 14 | 180 | 194 |
| **Total** | 16 | 184 | 200 |

Tableau des effectifs complété

| Smartphones | touchés par l'obsolescence logicielle | non touchés par l'obsolescence logicielle | Total |
|---|---|---|---|
| touchés par l'obsolescence technique | 2 | 4 | 6 |
| non touchés par l'obsolescence technique | 14 | 180 | 194 |
| Total | 16 | 184 | 200 |

✓ RÉPONSE À RETENIR

Cases : 2, 4, 6 ; 14, 180, 194 ; totaux : 16, 184 et 200.

**Question 2°. Pour un smartphone prélevé au hasard, donner P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'événement « le smartphone est touché par l'obsolescence technique » et L l'événement « le smartphone est touché par l'obsolescence logicielle ».**

Les pourcentages de l'énoncé donnent directement les probabilités simples : 3 % pour l'obsolescence technique et 8 % pour l'obsolescence logicielle. La probabilité conditionnelle demandée concerne les appareils touchés par logiciel : parmi eux, 12,5 % sont aussi touchés techniquement.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0{,}03$ ; $P(L) = 0{,}08$ ; $P_L(T) = 0{,}125$.

**Question 3° a). Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et par l'obsolescence logicielle, soit P(T ∩ L).**

On utilise la probabilité conditionnelle donnée dans l'énoncé : parmi les smartphones touchés par logiciel, 12,5 % sont aussi touchés techniquement. Ainsi, $P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T) = 0,08 \times 0,125$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cap L) = 0,01$, soit 1 %.

**Question 3° b). Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence, soit P(T ∪ L).**

La somme P(T) + P(L) compte deux fois les smartphones touchés par les deux obsolescences. On retranche donc leur probabilité : $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L) = 0,03 + 0,08 - 0,01$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cup L) = 0,10$, soit 10 %.

**Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.**

Par définition, $P_T(L) = P(T \cap L) / P(T)$. Avec les probabilités précédentes, on obtient 0,01 / 0,03. On arrondit à $10^{-3}$, conformément à la consigne de l'exercice.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_T(L) \approx 0,333$, soit 33,3 %.

## B. Loi binomiale

**Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables parmi 50 prélèvements, suit une loi binomiale et déterminer ses paramètres.**

Chaque prélèvement est une épreuve de Bernoulli : le smartphone est non réparable avec la probabilité 0,045. Le sujet assimile les prélèvements à des tirages avec remise, donc les épreuves sont indépendantes et de même probabilité. X compte le nombre de smartphones non réparables au cours de 50 prélèvements : il suit une loi binomiale.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> X suit la loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

**Question 2°. Calculer la probabilité que les 50 smartphones du lot soient tous réparables.**

Tous les smartphones sont réparables si et seulement si X = 0. La probabilité qu'un appareil soit réparable est 1 - 0,045 = 0,955. Par indépendance des 50 prélèvements, la probabilité recherchée est le produit $0,955^{50}$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(X = 0) = 0{,}955^{50} \approx 0{,}100$.

**Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme pour i allant de 0 à 3, puis compléter le tableau avec les valeurs de P(X = i) et les valeurs successives de S.**

À chaque étape, l'algorithme ajoute P(X = i) à la somme précédente. Pour X de loi binomiale de paramètres 50 et 0,045, les valeurs arrondies au millième sont :

| i | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| **P(X = i)** | 0,100 | 0,236 | 0,272 | 0,205 |
| **S** | 0,100 | 0,336 | 0,608 | 0,813 |

Chaque valeur de S est le cumul des probabilités de 0 jusqu'à i.

**Tableau de l'algorithme complété**

Faire tourner « à la main » cet algorithme, puis recopier et compléter le tableau ci-dessous.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 0,100 | 0,236 | 0,272 | 0,205 |
| | 0,100 | 0,336 | 0,608 | 0,813 |

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. S : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

**Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat dans le contexte des lots de smartphones.**

La boucle additionne les probabilités correspondant à i = 0, 1, 2 et 3. La valeur finale de S est donc $P(X \leq 3)$, soit la probabilité qu'un lot contienne au plus trois smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$S \approx 0{,}813$ : environ 81,3 % des lots comptent au plus 3 smartphones non réparables.

**Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat dans le contexte du nombre de smartphones non réparables par lot.**

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance vaut np. Ici, $E(X) = 50 \times 0{,}045 = 2{,}25$. Sur un grand nombre de lots, le nombre moyen de smartphones non réparables par lot est donc 2,25.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$E(X) = 2{,}25$ : en moyenne, 2,25 smartphones non réparables par lot.

### C. Test d'hypothèse

**Question 1°. Sous l'hypothèse nulle H0, choisir parmi 0,05, 0,06 et 0,07 la valeur de h, arrondie au centième, telle que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95.**

Sous $H_0$, F suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. L'intervalle central de probabilité 0,95 correspond à environ 1,96 écart type de part et d'autre de la moyenne. Ainsi, h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252, puis l'arrondi au centième permet de choisir la proposition.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> h ≈ 0,07.

**Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 % pour tester H0 : p = 0,55 contre H1 : p ≠ 0,55.**

La règle bilatérale compare la fréquence observée à l'intervalle centré sur 0,55 et de rayon h ≈ 0,07. Si elle est dans l'intervalle, on ne rejette pas $H_0$ ; sinon, on rejette $H_0$ au seuil de 5 %.

- Ne pas rejeter $H_0$ si 0,48 ≤ f ≤ 0,62.
- Rejeter $H_0$ si f < 0,48 ou f > 0,62.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Ne pas rejeter $H_0$ si 0,48 ≤ f ≤ 0,62 ; la rejeter sinon.

**Question 3°. Dans l'échantillon aléatoire de 180 personnes, 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Appliquer le test et en donner la conclusion.**

La fréquence observée vaut f = 76 / 180 ≈ 0,422. Elle est inférieure à la borne basse 0,48 de l'intervalle d'acceptation. La fréquence se trouve donc dans la région de rejet du test.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> On rejette $H_0$ au seuil de 5 % : l'enquête ne valide pas p = 0,55.

# Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

**Bilan de l'épreuve :** Épreuve de mathématiques du BTS, groupement B, session 2018, code MATGRB1, durée deux heures et coefficient variable selon la spécialité, de 1 à 3. L'exercice 1 mobilise équations différentielles, étude de fonction et intégrales autour du lancement d'un train à très haute vitesse et d'une aire de gare. L'exercice 2 évalue probabilités conditionnelles, loi binomiale et test bilatéral sur l'obsolescence des smartphones.

### Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour résoudre y' - 0,2y = 3t, ajouter à la solution générale de l'équation homogène une solution particulière.
- Lorsque f(t) représente une distance en fonction du temps, f'(t) représente la vitesse instantanée.
- Si X suit une loi binomiale de paramètres n et p, alors E(X) = np et P(X = 0) = (1 - p)^n.
- Dans un test bilatéral, comparer la fréquence observée à l'intervalle d'acceptation centré sur la proportion supposée sous H0.

### Points de vigilance & attentes du jury

- Convertir la vitesse en kilomètres par minute en kilomètres par heure avant de la comparer à 400 km/h.
- Pour l'aire, repérer les bornes, exploiter la primitive fournie et tenir compte de la symétrie du schéma.
- Distinguer P(T sachant L) de P(L sachant T) et utiliser le bon événement conditionnant.
- Pour le test, calculer la fréquence observée sur 180 personnes et appliquer la règle dans les deux sens de l'écart.

## Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

**Q : Comment résoudre l'équation différentielle avec un terme 3t ?**

Résolvez d'abord l'équation homogène y' - 0,2y = 0, puis ajoutez une solution particulière de l'équation complète. La condition initiale permet ensuite de déterminer la constante de la solution générale.

**Q : Comment reconnaître la loi binomiale pour les smartphones non réparables ?**

Chaque tirage a deux issues et une probabilité constante de non-réparabilité égale à 0,045. Le stock étant suffisamment important pour assimiler les prélèvements à des tirages avec remise, X suit une loi binomiale de paramètres 50 et 0,045.

**Q : Combien de temps dure l'épreuve et comment sont répartis les points ?**

L'épreuve dure deux heures et comporte deux exercices de 10 points chacun. Les parties de chaque exercice sont annoncées comme indépendantes, ce qui permet de les traiter dans un ordre adapté, tout en réservant du temps aux calculs et aux vérifications.

**Q : Quels arrondis et critères de présentation faut-il respecter ?**

Dans l'exercice 2, sauf indication contraire, les résultats sont arrondis à $10^{-3}$. Dans l'exercice 1, les questions précisent leurs propres arrondis, notamment au dixième ou au millième : il faut suivre la consigne correspondante.

**Sujet officiel associé (PDF) :** https://btsmse.fr/assets/annales/bts-mse/E2 - Mathématiques/2018/BTS MSE - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
**Ressources BTS Métiers des Services à l :** Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.